Auktionen und Märkte, WS 14/15
Dr. Frank Rosar
rosar@uni-bonn.de
Sprechstunde: Do 11.15–12.15 n.V.

Übungsblatt 1: Statistische Grundlagen

Aufgabe 1: Ordnungsstatistiken. Seien $\widetilde{v}_1, \widetilde{v}_2, \ldots, \widetilde{v}_n$ unabhängig und identisch verteilte Zufallsvariablen mit Ausprägungen im Intervall $[0, 1]$, Verteilungsfunktion F und Dichtefunktion f. $\widetilde{v}_{(k:n)}$ bezeichne die k-te Ordnungsstatistik der n Zufallsvariablen. Leiten Sie die Verteilungsfunktionen und Dichtefunktionen der niedrigsten und zweitniedrigsten Ordnungsstatistiken her: $F_{(n:n)}$, $f_{(n:n)}$, $F_{(n-1:n)}$, $f_{(n-1:n)}$.

Aufgabe 2: Ordnungsstatistiken. Es gebe drei Bieter und ein unteilbares Objekt. Die Wertschätzungen der Bieter $i = 1, 2, 3$ seien unabhängig und identisch verteilte Zufallsvariablen $\widetilde{v}_i$ mit Ausprägungen im Intervall $[0, 1]$, Verteilungsfunktion F und Dichtefunktion f. Bezeichne $\widetilde{v}_{(k:3)}$ die k-te Ordnungsstatistik der Wertschätzungen.

a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktionen $F_{(1:3)}$, $F_{(2:3)}$, $F_{(3:3)}$ der ersten drei Ordnungsstatistken und deren Dichtefunktionen $f_{(1:3)}$, $f_{(2:3)}$, $f_{(3:3)}$.

b) Sei nun zusätzlich $F(v) = v^2$. Berechnen Sie den Erwartungswert der ersten und zweiten Ordnungsstatistik.

c) Sei nun $n = 5$ und weiterhin $F(v) = v^2$. Nehmen Sie an, dass alle Bieter die Bietfunktion $b(v) = \frac{8}{9}v$ verwenden. Berechnen Sie den Erwartungswert des höchsten Gebots.

d) Sei weiterhin $n = 5$ und $F(v) = v^2$. Nehmen Sie an, dass alle Bieter ihre wahre Wertschätzung bieten. Berechnen Sie den Erwartungswert des zweithöchsten Gebots unter der Annahme, dass das höchste Gebot gleich z ist.