

## Übungsblatt 2: Zweitpreisauktion

**Aufgabe 1: Zweitpreisauktion im SIPV-Modell.** Es gebe  $n$  Bieter. Die Wert-schätzung des Bieters  $i$  ist eine Zufallsvariable  $\tilde{v}_i \sim U[0, 1]$ . Die einzelnen Wert-schätzungen  $\tilde{v}_i$  seien stochastisch unabhängig. Berechnen Sie den erwarteten Erlös des Verkäufers in einer Zweitpreisauktion mit Reservationspreis.

**Aufgabe 2: Zweitpreisauktion Einkauf/Procurement.** Es gebe  $n$  risikoneu-trale Unternehmen, die um den Auftrag zum Bau einer Brücke konkurrieren. Jedes Unternehmen  $i$  kennt seine eigenen Kosten,  $c_i$ , die beim Bau der Brücke anfallen. Die anderen Unternehmen betrachten  $i$ 's Kosten als eine Zufallsvariable  $\tilde{c}_i$ . Die  $\tilde{c}_i$  seien unabhängig voneinander auf dem Intervall  $[1, 2]$  gleichverteilt. Betrachten Sie eine Zweitpreisauktion ohne Reservationspreis. Beachten Sie, dass in einem Ein-kaufssetting der Bieter mit dem *niedrigsten* Gebot gewinnt und der Preis durch das *zweitniedrigste* Gebot gegeben ist.

- a) Geben Sie das Gleichgewicht der Zweitpreisauktion in schwach dominanten Strategien an.
- b) Berechnen Sie für  $n = 2$  den erwarteten Betrag, den der Auftraggeber im Gleichgewicht der Zweitpreisauktion zahlen muss.

**Aufgabe 3: Festpreis vs. Auktion.** Ein Verkäufer möchte ein Gut verkaufen. Es gebe 3 Käufer. Die Bewertung des Käufers  $i$  ist eine Zufallsvariable  $\tilde{v}_i$ . Die Be-wertungen der einzelnen Käufer sind (stochastisch) unabhängig und gleichverteilt auf dem Intervall  $[0, 1]$ . Der Verkäufer setzt einen festen Preis  $p$ , zu dem die Käufer das Gut erstehen können. Nach Bekanntgabe des Preises  $p$  durch den Verkäufer sagt jeder Kunde, ob er bereit ist, zu diesem Preis zu kaufen. Falls keiner dazu bereit ist, wird das Gut nicht verkauft. Falls mehrere Käufer das Gut zum Preis  $p$  kaufen wol-len, wird es mit gleicher Wahrscheinlichkeit unter den Käufern verlost und derjenige, der das Gut erhält, zahlt den Preis  $p$  (die anderen zahlen natürlich nichts!).

- a) Was ist eine Strategie für Käufer  $i$ ? Geben sie eine schwach dominante Strategie an! Was ist der erwartete Profit eines Käufers (gegeben Preis  $p$ ), falls jeder Käufer seine schwach dominante Strategie spielt?
- b) Wie hoch ist der erwartete Erlös der Verkäufers, falls er den Preis  $p$  setzt? Berechnen Sie den erlössmaximierenden Preis  $p^*$ !
- c) Ist sein erwarteter Erlös höher, wenn er das Gut in einer Zweitpreisauktion (ohne Reservationspreis) verkauft? Ist sein Erlös höher, wenn er das Gut in einer Zweitpreisauktion mit optimalem Reservationspreis verkauft?

**Aufgabe 4: Zweitpreisauktion mit Eintrittsgeld.** Es gebe  $n$  Bieter. Es gelten die Annahmen des SIPV-Modells. Die Wertschätzungen der Bieter seien auf  $[0, 1]$  gleichverteilt. Um an einer Zweitpreisauktion (ohne Reservationspreis) teilnehmen zu können muss jeder Bieter ein Eintrittsgeld in Höhe von  $e > 0$  bezahlen.

- a) Wie wird ein teilnehmender Bieter (also einer, der das Eintrittsgeld schon bezahlt hat) bieten?

Nehmen Sie nun an, dass jeder Bieter der in der Auktion teilnimmt seine tatsächliche Wertschätzung bietet. Analysieren Sie das reduzierte Spiel, in dem die Bieter nur noch entscheiden müssen, ob sie teilnehmen.

- b) Welche Bieter nehmen an der Auktion teil und bezahlen das Eintrittsgeld?

(Hinweis: Nehmen Sie an es gebe eine Wertschätzung  $w$  mit der Eigenschaft, dass Bieter mit einer höheren Wertschätzung als  $w$  an der Auktion teilnehmen und Bieter mit einer niedrigeren Wertschätzung als  $w$  nicht teilnehmen. Ein Bieter mit der Wertschätzung  $w$  ist gerade indifferent zwischen Teilnahme und Nichtteilnahme. Nutzen Sie diese Eigenschaft um  $w$  zu bestimmen!)

- c) Welches Eintrittsgeld  $e$  maximiert den erwarteten Erlös des Verkäufers? Sollte ein Verkäufer einen (optimalen) Reservationspreis oder ein (optimales) Eintrittsgeld einführen?

**Aufgabe 5: Zweitpreisauktion mit Outside Option.** Betrachten Sie wieder das SIPV-Setting mit Gleichverteilung auf  $[0, 1]$ . Es gebe  $n$  Bieter. Ein Gut wird in einer Zweitpreisauktion verkauft. Falls ein Bieter in der Auktion keinen Zuschlag erhält, hat er die Möglichkeit ein identisches Gut zu einem Marktpreis von  $p_m < 1$  zu kaufen.

- a) Wie lautet das Bietgleichgewicht der Zweitpreisauktion?
- b) Wie hoch ist der erwartete Erlös des Auktionators?