

Übungsblatt 1: Statistische Grundlagen

Aufgabe 1: Ordnungsstatistiken. Seien $\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \dots, \tilde{v}_n$ unabhängig und identisch verteilte Zufallsvariablen mit Ausprägungen im Intervall $[0, 1]$, Verteilungsfunktion F und Dichtefunktion f . $\tilde{v}_{(k:n)}$ bezeichne die k -te Ordnungsstatistik der n Zufallsvariablen. Leiten Sie die Verteilungsfunktionen und Dichtefunktionen der niedrigsten und zweitniedrigsten Ordnungsstatistiken her: $F_{(n:n)}, f_{(n:n)}, F_{(n-1:n)}, f_{(n-1:n)}$

Aufgabe 2: Ordnungsstatistiken. Es gebe drei Bieter und ein unteilbares Objekt. Die Wertschätzungen der Bieter $i = 1, 2, 3$ seien unabhängig und identisch verteilte Zufallsvariablen \tilde{v}_i mit Ausprägungen im Intervall $[0, 1]$, Verteilungsfunktion F und Dichtefunktion f . Bezeichne $\tilde{v}_{(i:3)}$ die i -te Ordnungsstatistik der Wertschätzungen.

- a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktionen $F_{(1:3)}, F_{(2:3)}, F_{(3:3)}$ der ersten drei Ordnungsstatistiken und deren Dichtefunktionen $f_{(1:3)}, f_{(2:3)}, f_{(3:3)}$.
- b) Sei nun zusätzlich $F(v) = v^2$. Berechnen Sie den Erwartungswert der ersten und zweiten Ordnungsstatistik.
- c) Sei nun $n = 5$ und weiterhin $F(v) = v^2$. Nehmen Sie an, dass alle Bieter die Bietfunktion $b(v) = \frac{8}{9}v$ verwenden. Berechnen Sie den Erwartungswert des höchsten Gebotes.
- d) Sei weiterhin $n = 5$ und $F(v) = v^2$. Nehmen Sie an, dass alle Bieter ihre wahre Wertschätzung bieten. Berechnen Sie den Erwartungswert des zweithöchsten Gebotes unter der Annahme, dass das höchste Gebot gleich z ist.