Auktionen und Märkte, WS 12/13 2. Klausurtermin
Dr. Frank Rosar 19. März 2013

Klausur zur Vorlesung Auktionen und Märkte

Erlaubte Hilfsmittel: Keine

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es gebe drei risikoneutrale Bieter, $i = 1, 2, 3$, mit allgemein bekannten Wertschätzungen $v_1 = 2$, $v_2 = 4$ und $v_3 = 6$. Betrachten Sie den folgenden Auktionsmechanismus: Die drei Spieler geben gleichzeitig verdeckte Gebote b_1, b_2 und b_3 ab. Der Spieler mit dem Mediangebot gewinnt und bezahlt sein Gebot. Sollten mehrere Bieter das gleiche Mediangebot abgeben, dann entscheidet eine faire Lotterie, welcher dieser Bieter gewinnt.

Die folgenden beiden Beispiele verdeutlichen den Auktionsmechanismus: Werden die Gebote $b_1 = 1$, $b_2 = 2$ und $b_3 = 3$ abgegeben, dann gewinnt Bieter 2 und bezahlt 2. Werden die Gebote $b_1 = 2$, $b_2 = 2$ und $b_3 = 3$ abgegeben, dann wird zwischen Bieter 1 und Bieter 2 gelost wer gewinnt. Der Gewinner bezahlt sein Gebot 2.

a) Stellen die Gebote $b_1 = 1$, $b_2 = 1$ und $b_3 = 1$ ein Nash–Gleichgewicht dar? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

b) Stellen die Gebote $b_1 = 6$, $b_2 = 4$ und $b_3 = 4$ ein Nash–Gleichgewicht dar? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (20 Punkte)

a) Erklären Sie, was das Revelationsprinzip besagt.

b) Gegeben sei das SIPV–Modell mit zwei Bietern und gleichverteilten Wertschätzungen, $\widetilde{v}_i \sim U[0, 1]$. Betrachten Sie einen direkten Mechanismus $\{(q_i, t_i)\}_{i=1}^2$ mit

$$q_1(\widehat{v}_1, \widehat{v}_2) \quad = \quad \begin{cases} 1 & \text{falls } \widehat{v}_1 > \widehat{v}_2 \\ 0 & \text{falls } \widehat{v}_1 < \widehat{v}_2 \end{cases}$$

und

$$t_1(\widehat{v}_1, \widehat{v}_2) = \frac{1}{2}\widehat{v}_1^2 - 1$$

D.h., die Auszahlung von Spieler 1 ist $q_1(\widehat{v}_1, \widehat{v}_2)v_1 - t_1(\widehat{v}_1, \widehat{v}_2)$, wenn Ankündigungen $\widehat{v}_1$ und $\widehat{v}_2$ gewählt werden. Überprüfen Sie, ob dieser Mechanismus für Spieler 1 Bayes–Nash anreizverträglich ist.

c) Überprüfen Sie, ob der Mechanismus in b) für Spieler 1 Bayes–Nash anreizverträglich ist, wenn die Wertschätzungen bzgl. der Verteilungsfunktion $F(v_i) = v_i^2$ verteilt sind.

Aufgabe 3 (60 Punkte)

Es gelten die Annahmen des SIPV–Modells. Es gibt ein unteilbares Objekt und zwei potentielle Käufer. Die Wertschätzung v_i von Käufer i ist bzgl. der Verteilungsfunktion $F(v_i) = v_i^2$ auf dem Intervall $[0, 1]$ verteilt. Die Wertschätzungen der Käufer sind private Information, die Verteilung ist allgemein bekannt. Der Verkäufer hat eine allgmein bekannte Wertschätzung von $v_0 = 0$. Betrachten Sie zunächst eine Erstpreisauktion ohne Reservationspreis und ohne Eintrittsgeld.

a) Leiten Sie das symmetrische Gleichgewicht der Erstpreisauktion her.

b) Berechnen Sie den erwarteten Erlös des Verkäufers.

   Hinweis: Die Dichtefunktion der höchsten von zwei unabhängig bzgl. $F(v)$ verteilten Zufallsvariablen ist $f_{(1:2)}(v) = 2F(v)f(v)$.

c) Betrachten Sie nun eine Erstpreisauktion mit Eintrittsgeld $e \in (0, 1)$.

   Nehmen Sie an es gebe eine Wertschätzung $w \in (0, 1)$ mit der Eigenschaft, dass Bieter mit einer höheren Wertschätzung als w an der Auktion teilnehmen und Bieter mit einer niedrigeren Wertschätzung als w nicht teilnehmen. Nehmen Sie weiter an, dass teilnehmende Bieter bzgl. symmetrischer und strikt monoton steigender Bietfunktionen bieten. Ein Bieter mit der Wertschätzung w ist gerade indifferent zwischen Teilnahme und Nichtteilnahme.

   Welche Bieter nehmen an der Auktion teil und bezahlen das Eintrittsgeld? D.h., berechnen Sie den Schwellenwert w in Abhängigkeit des Eintrittsgeldes e.

   Hinweis: Beachten Sie, dass das Bietverhalten teilnehmender Bieter *nicht* hergeleitet werden muss!

d) Beschreiben Sie mit Hilfe eines Resultates aus der Vorlesung die Allokationsperformance des erlösmaximierenden direkten Mechanismus.

   Hinweis: Der Mechanismus muss nicht hergeleitet werden, Sie dürfen Resultate aus der Vorlesung verwenden!

e) Erklären Sie, was das Erlösäquivalenzresultat besagt.

f) Argumentieren Sie mit Hilfe der Aufgabenteile c), d) und e), welches Eintrittsgeld den erwarteten Erlös des Verkäufers bei der Erstpreisauktion mit Eintrittsgeld maximiert.