Klausur zur Vorlesung Auktionen und Märkte

Erlaubte Hilfsmittel: Keine

Aufgabe 1 (70 Punkte)

Betrachten Sie in der gesamten Aufgabe folgendes Setting: Es gelten die Annahmen des SIPV-Modells. Es gibt ein unteilbares Objekt und zwei potentielle Käufer mit Wertschätzungen $\widetilde{v}_i \sim U[0,1]$ für $i = 1, 2$. Die Wertschätzungen sind private Information der Käufer, die Verteilung der Wertschätzungen ist allgemein bekannt. Die Wertschätzung des Verkäufers ist 0.

a) (25 Punkte) Betrachten Sie eine Erstpreisauktion ohne Reservationspreis. Leiten Sie das symmetrische Bayes–Nash Gleichgewicht der Erstpreisauktion ohne Reservationspreis her.

   (Hinweis: Nehmen Sie an, dass ein Gleichgewicht in linearen Bietstrategien existiert.)

b) (20 Punkte) Betrachten Sie folgenden Fixpreismechanismus: Der Verkäufer setzt einen festen Preis $p_F \in [0,1]$, zu dem die Käufer das Gut erstehen können. Nach Bekanntgabe des Preises p_F durch den Verkäufer entscheiden die Käufer simultan, ob sie bereit sind zu diesem Preis zu kaufen. Falls keiner dazu bereit ist, wird das Objekt nicht verkauft. Ist genau einer dazu bereit, erhält er das Objekt und bezahlt den Preis p_F. Wollen beide Käufer das Objekt kaufen, wird es mit gleicher Wahrscheinlichkeit unter den Käufern verlost und derjenige, der das Objekt erhält, zahlt den Preis p_F, der andere zahlt nichts.

   i) Geben Sie eine (schwach) dominante Strategie für die Käufer an.

   ii) Wie hoch ist der erwartete Erlös des Verkäufers, falls er den Preis p_F festsetzt? Berechnen Sie den erlösoptimalen Preis p_F^*.

c) (25 Punkte) Vergleichen Sie nun den erwarteten Erlös aus dem in b) beschriebenen Fixpreismechanismus mit erlösmaximierenden Fixpreis p_F^* mit den unter I) und II) angegebenen Mechanismen. Begründen Sie jeweils wo der erwartete Erlös höher ist, bzw. ob er gleich hoch ist. Sie dürfen Resultate aus der Vorlesung benutzen. (Hinweis: Sie benötigen keine Rechnungen, um die Fragen zu beantworten!)

   I) Erstpreisauktion mit erlösmaximierendem Reservationspreis.

   II) Lotterie mit erlösmaximierendem Lospreis, bei der jeder Käufer maximal ein Los kaufen darf.

   (Definition Lotterie: Der Verkäufer setzt den Preis eines Loses $p_L \in [0,1]$ fest und gibt diesen bekannt. Danach entscheiden die Käufer simultan, ob sie zu diesem Preis ein Los kaufen. Jeder der ein Los kauft, muss den Lospreis p_L bezahlen und jeder Käufer darf maximal ein Los kaufen! Falls keiner ein Los kauft, wird das Objekt nicht verkauft. Ansonsten wird das Objekt mit gleicher Wahrscheinlichkeit unter den Käufern verlost, die ein Los gekauft haben.)

   (Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass für eine Lotterie mit Lospreis p_L ein Schwellenwert $w(p_L) \in [0,1]$ existiert, so dass die Käufer genau dann ein Los kaufen wenn ihre Wertschätzung größer als dieser Schwellenwert ist.)

Aufgabe 2 (30 Punkte)

Es gibt zwei Spieler ($i = 1, 2$) und zwei mögliche Projekte/Entscheidungen. Wird Entscheidung $k = 1$ getroffen, realisiert sich für jeden der Spieler ein Nutzen von $\frac{1}{2}$. Wird Entscheidung $k = 2$ getroffen, realisiert sich für jeden Spieler i ein Nutzen in Höhe von θ_i. θ_i ist private Information von Spieler i und besitzt Ausprägungen in $[0, 1]$. Der Nutzen von Spieler i aus Entscheidung k ist also

$$v_i(k, \theta_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{wenn } k = 1 \\ \theta_i & \text{wenn } k = 2 \end{cases} .$$

Der Profit von Spieler i ist gegeben durch $v_i(k, \theta_i) + t_i$ wobei t_i eine Zahlung an Spieler i ist.

a) Geben Sie die effiziente Entscheidungsperformance an.

b) Geben Sie die Zahlungsregel von Spieler 1 im allgemeinen Vickrey–Clarke–Groves Mechanismus an.

c) Geben Sie die Zahlungsregel von Spieler 1 im Pivot–Mechanismus an.

d) Zeichnen Sie in ein $\theta_1 - \theta_2$–Diagramm ein in welchen Bereichen die Zahlung an Spieler 1 im Pivot–Mechanismus positiv, negativ und Null ist.