Auktionen und Märkte, WS 08/09 | 1. Klausurtermin
Dr. Frank Rosar | 2. Februar 2010

Klausur zur Vorlesung Auktionen und Märkte

Erlaubte Hilfsmittel: Keine

Aufgabe 1 (65 Punkte) Es gelten die Annahmen des SIPV-Modells. Es gibt ein Gut und $N \geq 2$ potentielle Käufer mit Wertschätzungen $v_i \sim U[0,1]$ (stochastisch unabhängig). Die Wertschätzungen sind private Information der Käufer, die Verteilung der Wertschätzungen ist allgemein bekannt.

(a) (20 P.) Betrachten Sie zunächst die Erstpreisauktion ohne Reservationspreis.

  (i) Bestimmen Sie das symmetrische Bayes–Nash Gleichgewicht.
  (Hinweis: Nehmen Sie an, dass ein Gleichgewicht in linearen Bietstrategien existiert.)

  (ii) Geben Sie den erwarteten Payoff eines Bieters als Funktion seiner Wertschätzung an.

(b) (30 P.)

  (i) Erklären Sie kurz was das Erlösäquivalenzresultat besagt.

  Nutzen Sie nun das Erlösäquivalenzresultat (und eventuell andere Resultate aus der Vorlesung), um die folgenden beiden Fragen zu beantworten. Um die volle Punktzahl zu erlangen, müssen Sie ihre Antworten richtig begründen, formale Beweise sind aber nicht nötig.

  (ii) Vergleichen Sie den erwarteten Erlös in einer Erstpreisauktion ohne Reservationspreis mit dem erwarteten Erlös in einer Zweitpreisauktion ohne Reservationspreis. Ist der erwartete Erlös gleich groß? Falls nein, wo ist er größ er?

  (iii) Vergleichen Sie den erwarteten Erlös in einer Erstpreisauktion mit Eintrittsgeld $f = \frac{1}{2}$ mit dem erwarteten Erlös in einer Zweitpreisauktion mit Reservationspreis $r = \frac{1}{2}$. Ist der erwartete Erlös gleich groß? Falls nein, wo ist er größ er?

(c) (15 P.) Betrachten Sie nun eine Zweitpreisauktion ohne Reservationspreis. Nehmen Sie an, dass ein Bieter, der das Objekt nicht durch die Auktion erhält, nach der Auktion die Möglichkeit hat, das Gut zu einem Preis von $p \in (0,1)$ von einer dritten Partei zu erwerben.

  (i) Geben Sie an wie das Gleichgewicht in (schwach) dominanten Strategien aussieht (kein Beweis).

  (ii) Geben Sie eine Formel für den erwarteten Erlös an, der durch die Zweitpreisauktion generiert wird.
  (Integrale müssen nicht ausgerechnet werden, um die volle Punktzahl zu erlangen. Daher benötigen Sie auch die konkrete Formel für die Dichte der zweiten Ordnungsstatistik nicht!)

Aufgabe 2 (35 Punkte) Es gibt zwei Agenten, die ein gemeinsames Projekt entweder durchführen ($k = 1$) oder nicht ($k = 0$). Falls das Projekt durchgeführt wird, hat jeder Agent einen Nutzen von θ_i, zusätzlich entstehen Agent 1 Durchführungskosten von 1. Die Werte, die die beiden Spieler aus dem Projekt erhalten, sind somit

$$v_1(k, \theta_1) = \begin{cases} \theta_1 - 1 & \text{wenn } k = 1 \\ 0 & \text{wenn } k = 0 \end{cases} \quad \text{und } v_2(k, \theta_2) = \begin{cases} \theta_2 & \text{wenn } k = 1 \\ 0 & \text{wenn } k = 0 \end{cases} .$$

Die θ_i sind private Information der Agenten und unabhängig verteilt mit $\theta_i \sim U[0, 1]$. Der Payoff von Agent i ist $v_i(k, \theta_i) + t_i$, wobei t_i einen Transfer an Spieler i bezeichnet.

(a) (10 P.) Geben Sie an, wie die effiziente Entscheidungsregel $k^*(\theta_1, \theta_2)$ und wie die Transfers $t_i^*(\theta_1, \theta_2)$ in VCG–Mechanismen aussehen.

(b) (10 P.) Geben Sie eine Formel für den erwarteten Nutzen der Spieler aus einem VCG–Mechanismus als Funktion ihrer privaten Information ($U_1(\theta_1)$ und $U_2(\theta_2)$) an.

(Integrale müssen nicht ausgerechnet werden, um die volle Punktzahl zu erlangen.)

(c) (15 P.) Zeigen Sie, dass es keinen VCG–Mechanismus gibt, für den sowohl das Budget immer ausgeglichen ist ($t_1^*(\theta_1, \theta_2) = t_2^*(\theta_1, \theta_2)$ für alle θ_1, θ_2), als auch Teilnahme individuell rational ist ($U_i(\theta_i) \geq 0$ für alle θ_i).