Klausur zur Vorlesung Auktionen und Märkte

Erlaubte Hilfsmittel: Keine

Aufgabe 1 (64 Punkte)

Es gelten die Annahmen des SIPV–Modells. Es gibt ein unteilbares Objekt und $n \geq 2$ potentielle Käufer. Die Wertschätzung v_i von Käufer i ist auf dem Intervall $[0, 1]$ gleichverteilt. Betrachten Sie zunächst eine Erstpreisauktion (ohne Reservationspreis und ohne Eintrittsgeld).

a) Leiten Sie das symmetrische Gleichgewicht der Erspreisauktion her.

[Hinweis: Nehmen Sie hier an, dass die anderen Bieter symmetrische lineare Bietstrategien $b(v) = a \cdot v$ mit $a > 0$ verwenden und zeigen Sie, dass tatsächlich ein symmetrisches GG in linearen Bietstrategien existiert.]

Nehmen Sie nun an, es gibt zwei Bieter ($n = 2$) und betrachten Sie statt der Erstpreisauktion den folgenden Mechanismus, der als eine Mischung aus Erst– und Zweitpreisauktion interpretiert werden kann: Beide Bieter geben simultan ein verdecktes Gebot $b_i \geq 0$ ab. Der Bieter mit dem höheren Gebot gewinnt und erhält das Objekt. Falls Bieter 1 gewinnt, bezahlt er das Gebot von Bieter 2, b_2. Falls Bieter 2 gewinnt, muss er sein eigenes Gebot b_2 bezahlen. Wenn ein Bieter verliert, dann bezahlt er nichts.

b) Geben Sie die schwach dominante Strategie von Bieter 1 an.

c) Geben Sie an welche Bietstrategie Bieter 2 wählen wird, wenn sich Bieter 1 bzgl. seiner schwach dominanten Strategie verhält.

d) Zeichnen Sie die resultierende Allokationsperformance in ein v_1–v_2–Diagramm ein.

e) Begründen Sie, ob der hier beschriebene Mechanismus ein VCG–Mechanismus ist oder nicht.

Betrachten Sie weiterhin $n = 2$. Betrachten Sie nun jedoch die folgende Variation des gerade betrachteten Mechanismus, in der Bieter 2 nur die Hälfte seines Gebots bezahlen muss, wenn er gewinnt.

f) Zeigen Sie, dass es für Bieter 2 nun optimal ist seine wahre Wertschätzung zu bieten.

[Hinweis: Sie brauchen nicht zu zeigen, dass Bieter 1 sich weiterhin wie in Aufgabenteil b) verhalten wird.]

g) Zeichnen Sie die resultierende Allokationsperformance in ein v_1–v_2–Diagramm ein.

h) Begründen Sie, ob der hier beschriebene Mechanismus ein VCG–Mechanismus ist oder nicht. Falls ja, begründen Sie, ob es der Pivot–Mechanismus ist oder nicht.

Aufgabe 2 (36 Punkte)

Es gelten die Annahmen des SIPV–Modells. Es gibt ein unteilbares Objekt und zwei potentielle Käufer. Die Wertschätzung v_i von Käufer i ist auf dem Intervall $[0,1]$ gleichverteilt.

Betrachten Sie die wie folgt definierte Lotterie mit Lospreis p_L: Der Verkäufer setzt den Preis eines Loses $p_L \in [0,1]$ fest und gibt diesen bekannt. Danach entscheiden die beiden Käufer simultan, ob sie zu diesem Preis ein Los kaufen. Jeder, der ein Los kauft, muss den Lospreis p_L bezahlen und jeder Käufer darf maximal ein Los kaufen. Falls keiner ein Los kauft, wird das Objekt nicht verkauft. Ansonsten wird das Objekt mit gleicher Wahrscheinlichkeit unter den Käufern verlost, die ein Los gekauft haben.

a) Geben Sie den erwarten Profit von Käufer 1 an, wenn dieser eine Wertschätzung von v_1 hat, ein Los kauft, und Käufer 2 sich bzgl. einer Schwellenwertstrategie mit Schwellenwert $w \in [0,1]$ verhält. D.h., Käufer 2 kauft genau dann ein Los, wenn seine Wertschätzung w übersteigt.

b) Leiten Sie den Schwellenwert her, der sich im symmetrischen Gleichgewicht (in Schwellenwertstrategien) einstellt.

   [Hinweis: Nutzen Sie dabei, dass ein Käufer dessen Wertschätzung dem Schwellenwert entspricht gerade indifferent zwischen kaufen und nicht kaufen sein muss.]

c) Beschreiben Sie, wie die resultierende Allokationsperformance aussieht.

Betrachten Sie nun zusätzlich den folgenden Festpreismechanismus mit Preis p_F: Der Verkäufer nennt zunächst einen Preis $p_F \in [0,1]$. Anschließend entscheiden die beiden Käufer simultan, ob sie bereit sind zu diesem Preis zu kaufen oder nicht. Falls keiner dazu bereit ist, wird das Objekt nicht verkauft. Ist genau einer dazu bereit, erhält er das Objekt und bezahlt den Preis p_F. Sind beide Käufer bereit das Objekt zu kaufen, bestimmt eine faire Lotterie welcher der beiden Käufer das Objekt erhält und den Preis p_F bezahlen muss.

d) Argumentieren Sie, ob ein Verkäufer, der seinen erwarteten Profit maximiert, lieber die Lotterie mit optimalem Lospreis p_L oder lieber den Festpreismechanismus mit optimalem Festpreis p_F wählt.

   [Hinweis: Sie dürfen Resultate aus der Vorlesung benutzen. In diesem Aufgabenteil soll nicht gerechnet werden!]