Klausur zur Vorlesung Auktionen und Märkte

Erlaubte Hilfsmittel: Keine

Aufgabe 1 (40 Punkte)

Es gelten die Annahmen des SIPV–Modells. Es gibt ein unteilbares Objekt und zwei potentielle Käufer. Die Wertschätzung v_i von Käufer i ist bzgl. der Verteilungsfunktion $F(v_i) = v_i^2$ verteilt. Die Wertschätzungen sind private Information der Käufer, die Verteilung der Wertschätzungen ist allgemein bekannt. Betrachten Sie eine All–Pay–Auktion, d.h., der Bieter mit dem höchsten Gebot erhält das Objekt, jeder Bieter bezahlt sein Gebot.

a) Leiten Sie das symmetrische Gleichgewicht der All–Pay–Auktion (ohne Reservationspreis und ohne Eintrittsgeld) her.

b) Berechnen Sie den erwarteten Erlös des Verkäufers.

[Hinweis: Falls Sie Aufgabenteil a) nicht lösen konnten, nehmen Sie $b(v) = \frac{2}{3}v^3$ an.]

c) Begründen Sie mit Hilfe eines Resultates aus der Vorlesung, warum eine ZPA (ohne Reservationspreis und ohne Eintrittsgeld) den gleichen erwarteten Erlös erzielt.

Aufgabe 2 (30 Punkte)

Es gibt ein unteilbares Objekt und zwei potentielle Käufer. Die Wertschätzungen der beiden Käufer für das Objekt sind private Information und unabhängig verteilt. Die Verteilungen sind allgemein bekannt. Wertschätzung v_i ist für $i \in \{1, 2\}$ bzgl. einer Gleichverteilung auf dem Intervall $[1, 2]$ verteilt, d.h. die Verteilungsfunktion ist $F(v_i) = v_i - 1$. Die Wertschätzung des Verkäufers ist $v_0 = 0$.

Betrachten Sie sequentielle Take–it–or–leave–it–Angebote: Der Verkäufer macht zuerst ein Angebot an Käufer 1 in Höhe von p_1. Nimmt dieser an, erhält er das Objekt zum Preis p_1. Lehnt er ab, macht der Verkäufer ein Angebot an Käufer 2 in Höhe von p_2. Nimmt dieser an, erhält er das Objekt zum Preis p_2. Lehnt er ab, behält der Verkäufer das Objekt.

a) Berechnen Sie die erlösmaximierenden Angebote p_1^* und p_2^* und den erwarteten Erlös des Verkäufers. Zeichnen Sie die Allokationsperformance in ein v_1–v_2–Diagramm ein.

Betrachten Sie nun folgenden Mechanismus mit individuellen Fixpreisen: Der Verkäufer macht ein Angebot $p_1 = \frac{3}{2}$ an Käufer 1 und ein Angebot $p_2 = 1$ an Käufer 2. Beide entscheiden simultan, ob sie zum angebotenen Preis kaufen wollen. Will nur einer kaufen, erhält er das Objekt. Wollen beide kaufen, bekommt jeder Käufer das Objekt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$. Will keiner kaufen, behält der Verkäufer das Objekt. Bekommt ein Käufer das Objekt, bezahlt er den ihm angebotenen Preis. Bekommt ein Käufer das Objekt nicht, bezahlt er nichts.

b) Geben Sie an, wie sich Käufer 1 und 2 verhalten werden.

c) Vergleichen Sie den erwarteten Erlös hier mit dem erwarteten Erlös aus dem oben betrachteten Mechanismus mit erlösmaximierenden Take–it–or–leave–it–Angeboten.

[Hinweis: Aufgabenteil c) kann durch Rechnen oder Begründen gelöst werden.]

Aufgabe 3 (30 Punkte)

Es gibt zwei Spieler ($i = 1, 2$) und zwei mögliche Projekte/Entscheidungen ($k = 1, 2$). Jeder Spieler hat ein Signal θ_i als private Information. θ_1 und θ_2 sind unabhängig voneinander auf dem Intervall $[0, 1]$ gleichverteilt. Spieler i's Nutzen aus der Entscheidung ist

$$v_i(k, \theta_i) = \begin{cases} 2\theta_i & \text{wenn } k = i \\ \theta_i & \text{wenn } k \neq i \end{cases}$$

Spieler $i's$ Profit ist $v_i(k, \theta_i) + t_i$.

a) Geben Sie an, welche Entscheidung effizient ist.

b) Geben Sie die Zahlungsregel von Spieler 1 im allgemeinen VCG–Mechanismus an.

c) Geben Sie die Zahlungsregel von Spieler 1 im Pivot–Mechanismus an.