Klausur zur Vorlesung Auktionen und Märkte

Erlaubte Hilfsmittel: Keine

Aufgabe 1 (50 Punkte)

Es gelten die Annahmen des SIPV–Modells. Es gibt ein unteilbares Objekt und zwei potentielle Käufer mit Wertschätzungen $\widetilde{v}_i \sim U[0,1]$ für $i = 1,2$. Die Wertschätzungen sind private Information der Käufer, die Verteilung der Wertschätzungen ist allgemein bekannt.

Betrachten Sie eine All–Pay–Auktion, d.h., der Bieter mit dem höchsten Gebot erhält das Objekt, jeder Bieter bezahlt sein Gebot.

a) (23 Punkte) Leiten Sie das symmetrische Bayes–Nash Gleichgewicht der All–Pay–Auktion ohne Reservationspreis her.

b) (12 Punkte) Berechnen Sie den erwarteten Erlös des Verkäufers.

(Anmerkung: Wenn Sie Aufgabenteil a) nicht lösen konnten, nehmen Sie an, die Bietstrategie der beiden Käufer ist jeweils $b(v) = \frac{1}{2}v^2$.)

c) (15 Punkte) Betrachten Sie nun die All–Pay–Auktion mit Reservationspreis r. Begründen Sie, warum es für $r < 1/4$ kein symmetrisches Gleichgewicht mit streng monoton wachsenden Bietstrategien geben kann, bei dem Bieter mit einer Wertschätzung $v_i \geq 1/2$ an der Auktion teilnehmen und Bieter mit einer Wertschätzung $v_i < 1/2$ nicht teilnehmen.

(Hinweis: Der Aufgabenteil kann gelöst werden, ohne die gleichgewichtigen Bietstrategien auszurechnen!)

Aufgabe 2 (30 Punkte)

Es gibt ein unteilbares Objekt und zwei potentielle Käufer. Die Wertschätzungen der beiden Käufer für das Objekt sind private Information und unabhängig voneinander verteilt. Die Verteilungen sind allgemein bekannt. Die Wertschätzung von Käufer 1, v_1, ist bzgl. einer Gleichverteilung auf $[1,2]$ verteilt. Die Wertschätzung von Käufer 2, v_2, ist bzgl. einer Gleichverteilung auf $[0,1]$ verteilt. Die Wertschätzung des Verkäufers ist 0.

Betrachten Sie sequentielle Take–it–or–leave–it Angebote. Der Verkäufer macht zuerst ein Take–it–or–leave–it Angebot an Käufer 1 in Höhe von p_1. Nimmt dieser an, erhält er das Objekt zum Preis p_1. Lehnt er ab, macht der Verkäufer ein Take–it–or–leave–it Angebot an Käufer 2 in Höhe von p_2. Nimmt dieser an, erhält er das Objekt zum Preis von p_2. Lehnt er ab, behält der Verkäufer das Objekt.

Berechnen Sie die Preise p_1 und p_2, die den erwarteten Gewinn des Verkäufers maximieren.

Aufgabe 3 (20 Punkte)

Es gelten die Annahmen des SIPV–Modells. Es gibt ein unteilbares Objekt und zwei potentielle Käufer. Die Wertschätzung von Käufer $i \in \{1,2\}$ ist die Realisation einer Zufallsvariablen $\widetilde{v}_i$, die bzgl. der Verteilungsfunktion $F(v_i) = v_i^2$ verteilt ist. Die Verteilungsfunktion ist allgemein bekannt. Der Verkäufer des Objekts hat eine Wertschätzung von 0.

Nehmen Sie an, der Verkäufer hat einen Mechanismus gewählt, der seinen Erlös maximiert. Beschreiben Sie wie die Allokationsperformance aussieht.

(Hinweis: Sie dürfen die dazu nötigen Formeln aus der Vorlesung ohne Herleitung benutzen.)