Auktionen und Märkte, WS 09/10 — 2. Klausurtermin
Dr. Frank Rosar — 6. April 2010

Klausur zur Vorlesung Auktionen und Märkte

Erlaubte Hilfsmittel: Keine

Aufgabe 1 (50 Punkte) 2 Bieter nehmen an einer Erstpreisauktion für ein Objekt teil. Es gelten die Annahmen des SIPV-Modells. Die Wertschätzungen der Bieter sind unabhängig und identisch verteilt, gemäß der Verteilungsfunktion $F(v) = v^2$ auf dem Interval $[0, 1]$.

(a) (25) Berechnen Sie das symmetrische Bayes-Nash-Gleichgewicht der Erstpreisauktion. (Hinweis: Nehmen Sie an, dass die Bietstrategie linear ist.)
Wie hoch ist der erwartete Erlös des Verkäufers?

(b) (15) Betrachten Sie nun die Situation, dass nur ein Käufer vorhanden ist, und der Verkäufer einen optimalen Fixpreis setzt.
Berechnen Sie den optimalen Fixpreis und den erwarteten Erlös des Verkäufers!

(c) (10) Betrachten Sie nun wieder die Situation, dass zwei Käufer vorhanden sind. Der Verkäufer möchte nun eine Erstpreisauktion mit Reservationspreis verwenden.
Wie hoch ist der Reservationspreis, der den erwarteten Erlös des Verkäufers maximiert? (Verwenden Sie Ergebnisse aus der Vorlesung! Sie müssen *nicht* das Gleichgewicht der Erstpreisauktion mit Reservationspreis herleiten oder die Formel für den erwarteten Erlös des Verkäufers aufstellen!)

Aufgabe 2 (50 Punkte) Es gebe zwei Agenten $i = 1, 2$, die jeweils eine Einheit eines Gutes besitzen (d.h. es gibt insgesamt zwei Einheiten). Der Nutzen von Bieter i ist $k\theta_i$ falls er k Einheiten des Gutes besitzt. θ_i ist private Information von Bieter i. θ_1 und θ_2 sind unabhängig und identisch verteilt mit $\theta_1 \sim U[0, 1]$ und $\theta_2 \sim U[0, 1]$.

(a) (20) Betrachten sie zunächst folgenden Mechanismus: Beide Bieter geben jeweils ein Gebot b_i ab. Der Bieter mit dem höheren Gebot gewinnt und bekommt das Objekt des anderen Bieters. Der Gewinner bezahlt sein eigenes Gebot an den Verlierer.

Berechnen Sie das symmetrische Bayes-Nash-Gleichgewicht dieses Mechanismus!
(Hinweis: Nehmen sie an, dass die Bietstrategie linear ist $b_i(v_i) = av_i$.)

Betrachten Sie nun folgenden direkten Mechanismus: Jeder Bieter gibt ein $\hat{\theta}_i \in [0, 1]$ an. Der Bieter mit dem höheren $\hat{\theta}_i$ gewinnt und bekommt das Objekt des anderen Bieters. Falls Bieter i gewinnt, bezahlt er $\frac{2}{3}\hat{\theta}_i$ an den anderen Bieter.

(b) (15) Ist dieser direkte Mechanismus Bayes-Nash-anreizkompatibel? Begründen Sie ihre Antwort durch Rechnung oder (kurz) mit Hilfe von Aufgabenteil (a) und Resultaten aus der Vorlesung.

(c) (15) Stellen Sie die Teilnahmebedingung eines Bieters i auf, der sein eigenes θ_i bereits kennt, das des anderen Bieters (θ_j) aber noch nicht.
Für welches θ_i ist der erwartete Nutzengewinn bei Teilnahme am geringsten?
Ist die Teilnahmebedingung für alle θ_i erfüllt?